Методические указания к выполнению курсового проекта

"Кривые и поверхности 2 порядка. Кривые, заданные параметрическими уравнениями. Полярная система координат и кривые в полярной системе координат".

Кафедра математики

2009 г.

Теоретический материал

1. Кривые на плоскости

1.1. Кривые второго порядка

В прямоугольной декартовой системе координат xOy кривая второго порядка задается уравнением второй степени

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \qquad (1),$$

где A, B, C, D, E, F — заданные действительные числа. При этом числа A, B, C одновременно не равны нулю.

Уравнение (1) называется **общим уравнением кривой второго порядка**. Мы будем рассматривать только тот случай, когда $B = 0$. Если нет точек (x, y) с действительными координатами, удовлетворяющих уравнению (1), то говорят, что уравнение (1) определяет мнимую кривую второго порядка. Уравнение $x^2 + y^2 = -1$ может служить примером уравнения второй степени, определяющего мнимую кривую, в данном случае мнимую окружность.

Эллипс

Эллипсом называется множество точек, сумма расстояний от которых до двух заданных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная (рис. 1).

Если известны: расстояние между фокусами F_1 и F_2 эллипса, равное $2c$ и сумма расстояний от любой точки на эллипсе до фокусов, равное $2a$, то в прямоугольной декартовой системе координат, где ось Ox проходит через фокусы F_1 и F_2 (от F_1 к F_2), а начало координат посередине между ними, уравнение эллипса примет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad (1.1.1)$$

который называется **каноническим** и в котором числа a и b называются **полуосями** эллипса; $a, b > 0$.

Параметры эллипса a, b и c связаны равенством:

$$b^2 = a^2 - c^2. \qquad (1.1.2)$$

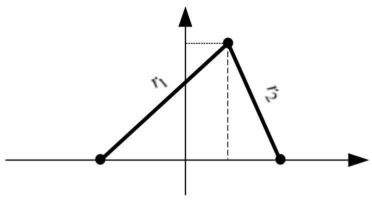


Рис. 1

Вид кривой показан на рис. 2.

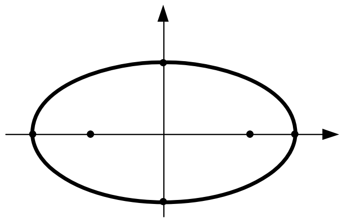


Рис. 2

При $a = b$ эллипс представляет собой окружность радиуса a с центром в начале координат и его уравнение принимает вид:

$$x^2 + y^2 = a^2. \qquad (1.1.3)$$

Эксцентриситетом эллипса называется число

$$\varepsilon = \frac{c}{a}, \qquad (1.1.4)$$

где a - большая полуось.

Для эксцентриситета эллипса справедливо неравенство $0 < \varepsilon < 1$, поскольку из определения эллипса следует, что $0 < a < c$. Эксцентриситет окружности $\varepsilon = 0$, поскольку для окружности $a = b$ и $c = 0$.

Учитывая то, что эксцентриситет окружности $\varepsilon = 0$, можно сделать вывод, что чем больше эксцентриситет эллипса, тем больше он вытянут относительно одной из осей симметрии.

Гипербола

Гиперболой называется множество точек, разность расстояний от которых до двух заданных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Выбирая систему координат так же, как и для эллипса, уравнение гиперболы можно записать в **каноническом** виде

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad (1.1.5)$$

где число a называется **действительной полуосью** гиперболы, а число b – **мнимой полуосью**; $a, b > 0$.

Параметры гиперболы a, b и c связаны равенством:

$$b^2 = c^2 - a^2. \qquad (1.1.6)$$

Прямые

$$y == \pm\frac{b}{a}x \qquad (1.1.7)$$

являются асимптотами гиперболы. Вид кривой показан на рис. 3.

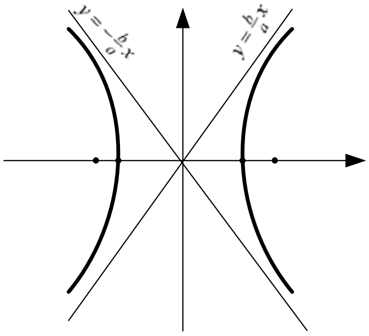


Рис. 3.

Эксцентриситет гиперболы

$$\varepsilon = \frac{c}{a}, \qquad (1.1.8)$$

где a – действительная полуось. Так как у гиперболы $c > a$, то ее эксцентриситет $\varepsilon > 1$. Величина эксцентриситета гиперболы определяет форму ее ветвей. При увеличении эксцентриситета увеличивается размах ветвей гиперболы.

Парабола

Параболой называется множество точек, равноудаленных от некоторой точки, называемой фокусом, и прямой, называемой директрисой

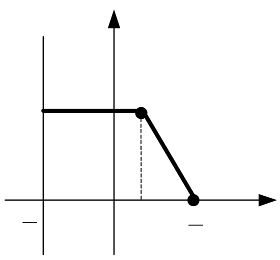


Рис. 4

Пусть точка F – фокус параболы, а прямая l – ее директриса и задано расстояние между ними, равное p. В системе координат xOy, где ось Ox проходит через фокус F перпендикулярно директрисе l и направлена от фокуса к директрисе, а начало координат выбрано посередине между ними (рис. 4), уравнение параболы имеет вид

$$y^2 = 2px, \ (p > 0). \qquad (1.1.9)$$

Парабола не имеет асимптот. Эксцентриситет параболы равен 1 и не влияет на форму кривой. Вид кривой показан на рис. 5.

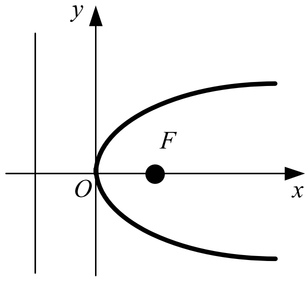


Рис. 5.

В некоторых случаях уравнение (1) является уравнением пары пересекающихся ил параллельных прямых. Иногда оно определяет точку на плоскости.

Уравнение пары пересекающихся прямых

$$a^2x^2 - b^2y^2 = 0 \ (a,b > 0), \text{ или } y = \pm\frac{a}{b}x. \qquad (1.1.10)$$

Уравнение пары параллельных или совпадающих прямых

$$x^2 - a^2 = 0, \ (a \ge 0) \text{ или } x = \pm a; \qquad (1.1.11)$$

$$y^2 - b^2 = 0, \ (b \ge 0) \text{ или } y = \pm b. \qquad (1.1.12)$$

Уравнение, определяющее точку

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ или } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}. \qquad (1.1.13)$$

1.2. Преобразование координат на плоскости. Построение кривых заданных общим уравнением

Если сравнить канонические уравнения эллипса, окружности, гиперболы и параболы с общим уравнением кривой второго порядка (1), то видно, что в них коэффициенты $B = D = E = 0$. Если в этом уравнении $D \ne 0$, $E \ne 0$ или $B \ne 0$, то чтобы привести уравнение к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее, необходимо сделать преобразование координат.

Если в уравнении (1) $D \ne 0$ или $E \ne 0$, то центр симметрии эллипса или гиперболы, или центр окружности, или вершина параболы находятся не в начале координат, а в некоторой точке $O'(x_0, y_0)$. Строить кривую в данном случае удобно, перенося начало координат в эту точку, то есть, сделав замену

$$\begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0 \end{cases}.$$

При такой замене в новой системе координат с началом в точке O' и с осями $O'x'$ и $O'y'$ уравнение кривой будет иметь канонический вид.

Уравнение эллипса с центром симметрии в точке $O'(x_0, y_0)$

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1. \qquad (1.2.1)$$

Уравнение гиперболы с центром симметрии в точке $O'(x_0, y_0)$

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1, \qquad (1.2.2)$$

вершины в точках $(a, 0)$ и $(-a, 0)$.

$$-\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1, \qquad (1.2.3)$$

вершины в точках $(0, b)$ и $(0, -b)$.

Уравнение параболы с вершиной в точке $O'(x_0, y_0)$

$$(y - y_0)^2 = \pm 2p\,(x - x_0), \qquad (1.2.4)$$

ось симметрии параллельна Ox.

$$(x - x_0)^2 = \pm 2p\,(y - y_0), \qquad (1.2.5)$$

ось симметрии параллельна Oy.

Знак $\pm$ показывает направление ветвей параболы. Если в уравнении знак плюс, то направление ветвей совпадает с направлением оси, которой параллельна ось симметрии параболы. Если в уравнении знак минус, то направление ветвей противоположно направлению оси, которой параллельна ось симметрии параболы.

Пример 1. Построить кривую, заданную уравнением $x^2 - y^2 - 4x + 8 = 0$.

Решение. Представим уравнение заданной кривой в виде:

$$\left(x^2 - 4x + 4\right) - y^2 = -4, \text{ или}$$

$$(x - 2)^2 - y^2 = -4.$$

Разделив каждое слагаемое заданного уравнения на -4, получим

$$-\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{y^2}{4}=1$$

уравнение гиперболы с центом симметрии в точке $O'(2;\,0)$ (см. 1.2.2). Сделав замену $\begin{cases} x' = x-2 \\ y' = y \end{cases}$, получим уравнение гиперболы относительно переменных x' и y' (в системе координат $x'Oy'$):

$$-\frac{(x')^2}{4}+\frac{(y')^2}{4}=1$$

Полуоси гиперболы $a=b=2$. Гипербола с равными полуосями называется **равнобочной.**

При $y'=0$ получим уравнение $-\frac{(x')^2}{4}=1$, не имеющее вещественных корней, то есть гипербола не пересекает ось Ox'. При $x'=0$, получим уравнение $\frac{(y')^2}{4}=1$, имеющее корни $y'=\pm 2$. Следовательно, вершины гиперболы B_1 и B_2 лежат на оси Oy' и действительной полуосью является полуось b. Выпишем координаты вершин гиперболы в системе координат xOy. Учитывая, что $\begin{cases} x = x'+2 \\ y = y' \end{cases}$, получим: $B_1(2,-2)$, $B_2(2,2)$.

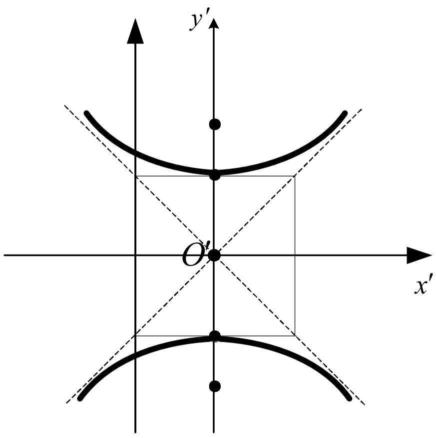


Рис. 6

Фокусы гиперболы расположены на той же оси, на которой находятся ее вершины. Из формулы (1.1.6) следует, что $c^2=a^2+b^2=8$ и $c=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

Поэтому координаты фокусов в системе координат $x'Oy'$: $F_1\left(0;-2\sqrt{2}\right)$, $F_2\left(0;2\sqrt{2}\right)$, а в системе координат xOy: $F_1\left(2;-2\sqrt{2}\right)$ и $F_2\left(2;2\sqrt{2}\right)$. Эксцентриситет гиперболы (см. 1.1.8), учитывая, что действительная полуось b, равен: $\varepsilon = \dfrac{c}{b} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Уравнения асимптот гиперболы в системе координат $x'Oy'$ (см. 1.1.7):

$$y' = \pm x'.$$

Подставляя в это уравнение $\begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y \end{cases}$, получим уравнение асимптот гиперболы в системе координат xOy:

$$y = \pm\left(x - 2\right), \text{ или } \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 2 \end{cases}.$$

Чтобы построить гиперболу, введем на плоскости прямоугольную декартову систему координат xOy и отметим точку $O'\left(2;0\right)$ – центр симметрии гиперболы. Через эту точку проведем новые координатные оси Ox' и Oy'.

На координатных осях Ox' и Oy' отложим отрезки, равные полуосям гиперболы $a = b = 2$ и построим прямоугольник, проводя через эти точки отрезки прямых, параллельных координатным осям. Проведем диагонали построенного прямоугольника – они являются асимптотами гиперболы и отметим вершины гиперболы – точки B_1 и B_2. Кривую проводим через вершины B_1 и B_2 так, чтобы при $x \to \pm\infty$ и $y \to \pm\infty$ ее ветви приближались к асимптотам. Вид кривой показан на рис. 6.

Пример 2. Построить кривую, заданную уравнением $x^2 + 2x + 6y - 2 = 0$, приведя его к каноническому виду.

Решение. Преобразуем уравнение следующим образом

$$\left(x^2 + 2x\right) = -6y + 2,\ \left(x^2 + 2x + 1\right) = -6y + 2 + 1,$$

$$\left(x + 1\right)^2 = -6y + 3,\ \left(x + 1\right)^2 = -6\left(y - 0{,}5\right).$$

Получили уравнение параболы (см. 1.2.5) с вершиной в точке $O'\left(-1;0{,}5\right)$ и с осью симметрии, параллельной оси Oy. Перенося начало координат в точку O', получим в системе координат $x'O'y'$ уравнение

$$\left(x'\right)^2 = -6\left(y'\right),$$

где параметр p определяется из условия $2p = 6$ или $p = 3$.

Парабола симметрична относительно оси $O'y'$ или относительно прямой $x = -1$. Фокус параболы находится на ее оси и отстоит от вершины на $\frac{p}{2}$. Поскольку из уравнения следует, что $y' \le 0$, то ветви параболы направлены вниз и фокус F лежит на $\frac{p}{2} = 1{,}5$ ниже вершины, то есть его координаты $F\left(-1;-1\right)$.

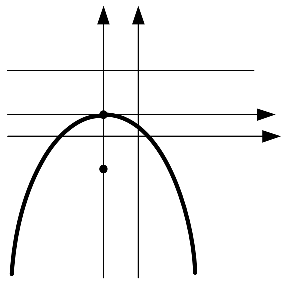


Рис. 7

Директрисой параболы является прямая, перпендикулярная ее оси и находящаяся на расстоянии $\frac{p}{2} = 1{,}5$ от вершины, причем фокус и директриса расположены по разные стороны от вершины. Учитывая все это, можно записать уравнение директрисы $y = 0{,}5 + 1{,}5$, или $y = 2$. Кривая построена на рис. 7.

Пример 3. Определить тип кривой, заданной уравнением, $3x^2 + y^2 + 6x - 2y - 5 = 0$ и построить ее.

Решение. Чтобы привести уравнение заданной кривой к каноническому виду, выделим в нем полные квадраты по переменным x и y.

$$3\left(x^2 + 2x\right) + \left(y^2 - 2y\right) = 5,$$

$$3\left(x^2 + 2x + 1\right) + \left(y^2 - 2y + 1\right) = 5 + 4,$$

$$3\left(x + 1\right)^2 + \left(y - 1\right)^2 = 9,$$

$$\frac{\left(x + 1\right)^2}{3} + \frac{\left(y - 1\right)^2}{9} = 1.$$

Полученное уравнение – уравнение эллипса с центром симметрии в точке $O'\left(-1;1\right)$ (см. формулу (1.2.1)) и полуосями $a = \sqrt{3}$ и $b = 3$. Сделав замену $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y - 1 \end{cases}$, получим уравнение эллипса относительно переменных x' и y' (в системе координат $x'Oy'$):

$$\frac{(x')^2}{3}+\frac{(y')^2}{9}=1.$$

Вершины эллипса – точки $A_1\left(-\sqrt{3};\,0\right)$, $A_2\left(\sqrt{3};\,0\right)$, $B_1(0;\,-3)$ и $B_2(0;\,3)$, координаты которых указаны в системе $x'Oy'$. В системе координат xOy: $A_1\left(-\sqrt{3}-1;\,1\right)$, $A_2\left(\sqrt{3}-1;\,1\right)$, $B_1(-1;\,-2)$ и $B_2(-1;\,2)$.

Поскольку $b>a$, то эллипс вытянут вдоль оси Oy' и его фокусы находятся на этой оси. Чтобы найти координаты фокусов. Вычислим параметр c (см. 1.1.2) из формулы $c^2=b^2-a^2$ ($b>a$). Поскольку $b^2=9$ и $a^2=3$, то $c=\sqrt{6}$. Значит координаты фокусов F_1 и F_2 в системе координат $x'Oy'$: $F_1\left(0,-\sqrt{6}\right)$ и $F_2\left(0,\sqrt{6}\right)$, а в системе координат xOy: $F_1\left(-1,\,1-\sqrt{6}\right)$ и $F_2\left(-1,\,1+\sqrt{6}\right)$ (см. рис. 8). Эксцентриситет эллипса по формуле (1.1.4) равен: $\varepsilon=\dfrac{c}{b}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ($b>a$).

Для построения кривой введем систему координат xOy и отметим в ней центр симметрии эллипса – точку $O'(-1;\,1)$ и проведем через нее новые оси координат Ox' и Oy'. На новых осях Ox' и Oy' отложим полуоси $a=\sqrt{3}$ и $b=3$ соответственно, отметим вершины эллипса $A_1\left(-\sqrt{3};\,0\right)$, $A_2\left(\sqrt{3};\,0\right)$, $B_1(0;\,-3)$ и $B_2(0;\,3)$, а затем построим прямоугольник, проводя через вершины эллипса прямые, параллельные Ox' и Oy'. Через вершины проведем симметричную кривую так, чтобы в этих точках она касалась сторон прямоугольника. Отметим фокусы эллипса. Вид кривой показан на рис. 8.

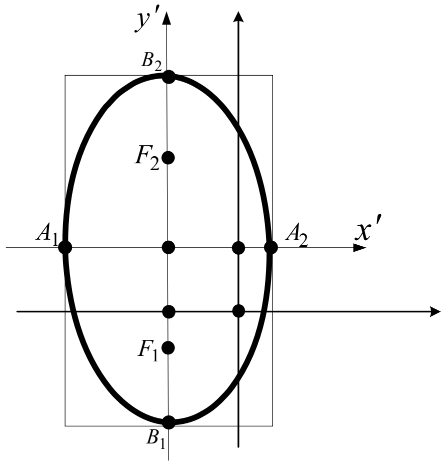


Рис. 8

1.3. Кривые в полярной системе координат

Полярная система координат задана, если задана точка O, называемая полюсом, и исходящий из полюса луч Ox, который называется полярной осью (рис. 9).

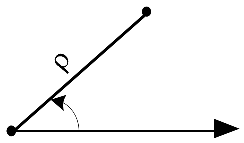


Рис. 9

Положение любой точки M в полярной системе координат однозначно определяется ее полярными координатами: полярным радиусом ρ – расстоянием от полюса O до точки M и полярным углом φ – углом поворота полярной оси до совпадения с вектором $\overrightarrow{OM}$ (рис.10).

В полюсе полярный радиус $\rho = 0$, а полярный угол не определен. Для всех точек плоскости, не совпадающих с полюсом $\rho > 0$.

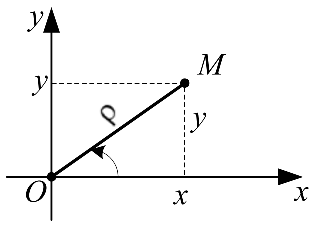


Рис.10

Полярный угол измеряется в радианах и считается положительным, если отсчитывается от полярной оси против часовой стрелки. Полярный угол определяется с точностью до $2\pi k$, где k – целое число. Это означает, что точки с полярными координатами (ρ, φ) и $(\rho, \varphi + 2\pi k)$ при целом k совпадают.

Если задана полярная система координат, то каждой паре чисел (ρ, φ), из которых $\rho \geq 0$, соответствует точка плоскости, для которой эти числа являются ее полярными координатами. Если $\rho > 0$, то эта точка расположена на луче, составляющим угол φ с полярной осью Ox, и на расстоянии ρ от полюса. Если $\rho = 0$, то эта точка совпадает с полюсом.

Из определения полярных координат следует, что уравнение $\rho = r$ задает на плоскости окружность с центром в полюсе и радиусом r, а уравнение $\varphi = \alpha$ задает на плоскости луч, проходящий через полюс и составляющий с полярной осью угол α, в частности уравнение полярной оси $\varphi = 0$.

Если задать на плоскости прямоугольную декартову систему координат, поместив ее начало в полюс и совместив ось абсцисс с полярной осью, то декартовы координаты x и y (рис. 10) выражаются через полярные координаты из соотношений:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}. \qquad (1.3.1)$$

Если каждое уравнение системы возвести в квадрат и сложить их, то получим уравнение:

$$\rho^2 = x^2 + y^2, \text{ или } \rho = \sqrt{x^2 + y^2}. \qquad (1.3.2)$$

из которого по заданным декартовым координатам можно определить полярный радиус.

Координатными линиями полярной системы координат являются окружности $\rho = C$ с центром в полюсе лучи $\varphi = C$, проходящие через полюс.

Пример 4. Построить кривую, заданную в полярных координатах уравнением $\rho = \varphi$.

Решение. Кривая, заданная уравнением $\rho = \varphi$, называется *спиралью Архимеда.* Для ее построения зададим значения полярного угла и найдем из уравнения соответствующие значения полярного радиуса (табл.1).

Таблица 1

φ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
ρ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

На лучах $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \pi$, $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ и $\varphi = 2\pi$ (последний луч совпадает с полярной осью) отложим соответствующие значения ρ. Из уравнения кривой следует, что если мы будем увеличивать φ, то ρ будет возрастать. Кривая построена на рис. 11.

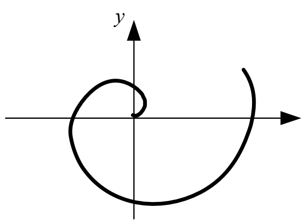


Рис. 11

Пример 5. Построить кривую, заданную в полярной системе координат уравнением $\rho = 1 + \cos\varphi$.

Решение. Поскольку $\cos\varphi$ периодическая функция, то достаточно исследовать функцию при $0 \le \varphi \le 2\pi$. Значения полярного угла и соответствующие значения полярного радиуса указаны в таблице 2.

Таблица 2

φ	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
ρ	2	$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$	2

Отметим точки (φ, ρ) на плоскости в полярной системе координат и построим соответствующую кривую. Поскольку $\rho(0) = \rho(2\pi)$, то кривая является замкнутой. Ее вид показан на рис. 12. Построенная кривая называется **кардиоидой**.

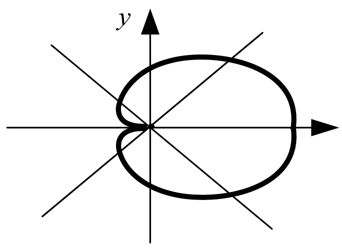


Рис.12

Пример 6. Построить кривую, заданную уравнением $\left(x^2 + y^2\right)^2 = x^2 - y^2$, перейдя к полярным координатам.

Решение. Воспользуемся формулами (1.3.1) и (1.3.2). Тогда уравнение заданной кривой можно записать в виде:

$$\rho^4 = \rho^2 \cos^2\varphi - \rho^2 \sin^2\varphi, \text{ или } \rho^4 = \rho^2\left(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right).$$

Сокращая последнее уравнение на ρ^2, и используя формулу $\cos 2\varphi = \cos^2\varphi - \sin^2\varphi$, получим

$$\rho^2 = \cos 2\varphi, \text{ или } \rho = \sqrt{\cos 2\varphi}.$$

Поскольку $\cos 2\varphi$ периодическая функция с периодом $\frac{2\pi}{2} = \pi$, то достаточно исследовать кривую на промежутке $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$, длина которого равна периоду функции.

Функция определена при $\cos 2\varphi \ge 0$, что равносильно неравенству $-\frac{\pi}{2} \le 2\varphi \le \frac{\pi}{2}$, или $-\frac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{\pi}{4}$. Несколько точек на кривой из этого промежутка указаны в таблице 3. Кривая на промежутке $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ получится поворотом на угол π, равный периоду функции. Заданная кривая называется **лемнискатой Бернулли**, ее вид показан на рис. 13.

Таблица 3

φ	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$
ρ	0	1	0

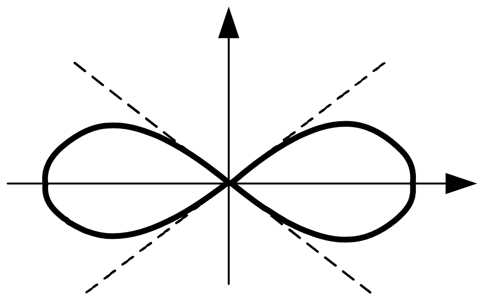


Рис. 13

Пример 7. Построить кривую в полярной системе координат $\rho = 1 - \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$.

Решение. Заменой $\varphi' = \varphi - \frac{\pi}{4}$ приведем уравнение к виду $\rho = 1 - \sin\varphi'$.

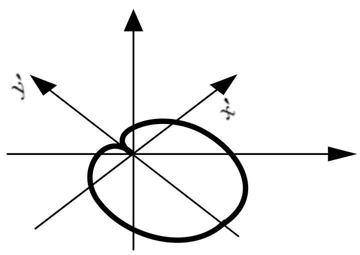
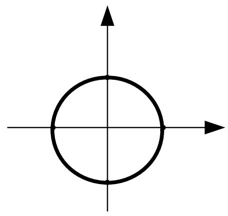
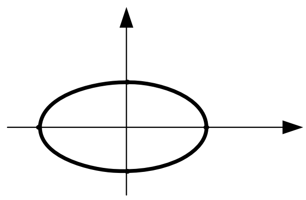
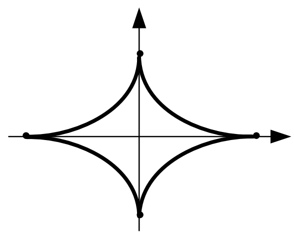
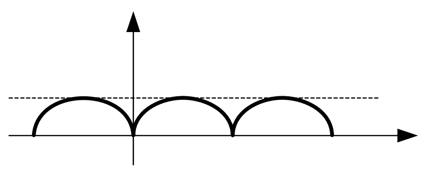


Рис. 14.

В новой системе координат с полярной осью $\varphi' = 0$ или $\varphi = \frac{\pi}{4}$, это уравнение кардиоиды, которая строится аналогично тому как это сделано в задаче 2. Вид кривой показан на рис. 14.

1.4. Кривые на плоскости, заданные параметрически

Окружность $\begin{cases} x = R\cos t \\ y = R\sin t \end{cases}$, R – радиус, $x^2 + y^2 = R^2$ (рис. 15).	 Рис. 15
Эллипс $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$, где a и b полуоси (рис. 16), $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$	 Рис. 16
Астроида $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = b\sin^3 t \end{cases}$, где $a. b > 0$ (рис. 17).	 Рис. 17
Циклоида $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, где $a > 0$, $T = 2\pi a$ – период (рис. 18).	 Рис. 18

Пример 8. Построить кривую, заданную уравнениями $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t^3 - t \end{cases}$.

Решение. При всех значениях t $x \ge 0$. Следовательно, кривая расположена в правой полуплоскости. Корнями функции являются $x_1 = 0$, так как $y(0)=0$ и $x(0)=0$, а также $x_2=1$, так как $y\left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=0$ и $x\left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=1$.

При $t\to\pm\infty$ $x\to+\infty$, а $y\to\pm\infty$. Значит, кривая не является однозначной и имеет две ветви.

Если $t\in\left(0;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, то $x\in(0;1)$, а $y<0$. Если $t\in\left(\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$, то $x\in(1;+\infty)$, а $y>0$.

Если $t\in\left(-\frac{1}{\sqrt{3}};0\right)$, то $x\in(0;1)$, а $y>0$. Если $t\in\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, то $x\in(1;+\infty)$, а $y<0$.

Вычислим производные $x'(t)$ и $y'(t)$, $x'(t)=6t$, $y'(t)=9t^2-1$. Поскольку производная $y'(t)=0$ при $t=\pm\frac{1}{3}$ и меняет знак в этих точках, то $t=\pm\frac{1}{3}$ – точки экстремума (рис. 19). В этих точках $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\pm\frac{8}{9} \end{cases}$.

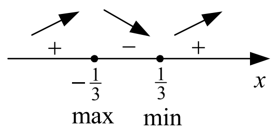


Рис. 19

Кривая построена на рис. 20.

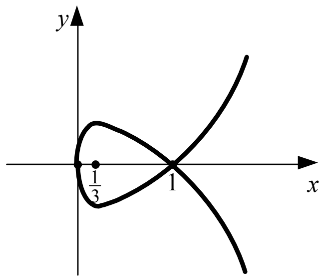


Рис. 20

1.5. Поверхности второго порядка

Поверхностью второго порядка называется множество точек, которое задается уравнением

$$Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Exz+Fyz+Gx+Hy+Pz+Q=0,$$

где A,B,C,D,E,F,G,H,P,Q – заданные числа, причем A,B,C не равны нулю одновременно. Мы будем рассматривать только такие уравнения, в которых $D=E=F=0$.

В некоторых случаях это уравнение определяет пару различных или совпадающих плоскостей, или одну единственную точку. Такие множества также называются поверхностью.

Если это уравнение определяет пустое множество, то есть, нет ни одной точки, координаты которой удовлетворяют этому уравнению, то говорят, что оно определяет мнимую поверхность.

Основными частными случаями уравнения поверхности второго порядка являются уравнения следующих поверхностей.

Эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\ (a,b,c>0)\,. \qquad (1.5.1)$$

Поверхность построена на рис. 21.

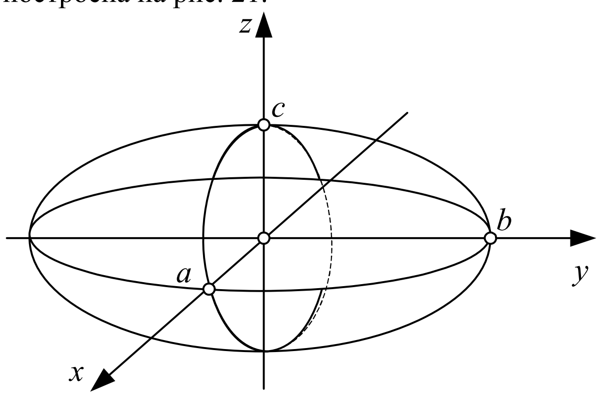


Рис. 21

Однополостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\ \ (a,b,c>0)\,. \qquad (1.5.2)$$

Поверхность построена на рис. 22.

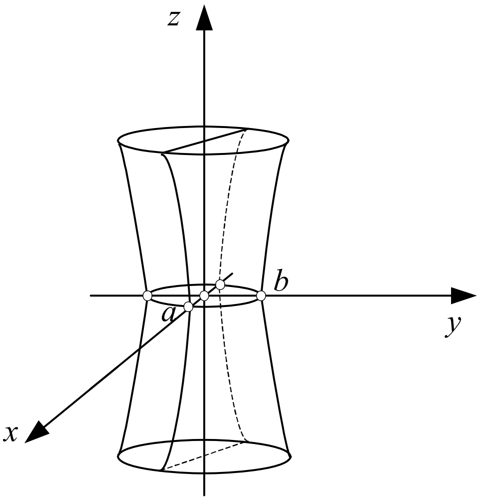


Рис. 22

Двуполостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1,\ (a,b,c>0)\,. \qquad (1.5.3)$$

Поверхность построена на рис. 23.

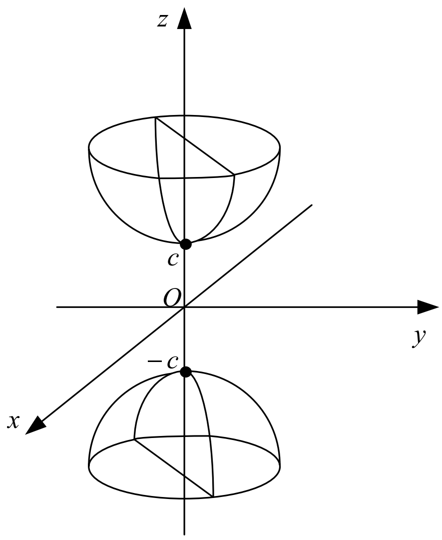


Рис. 23

Эллиптический параболоид

$$\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{q^2}=2z\,,\ (p,q>0)\,. \qquad (1.5.4)$$

Поверхность построена на рис. 24.

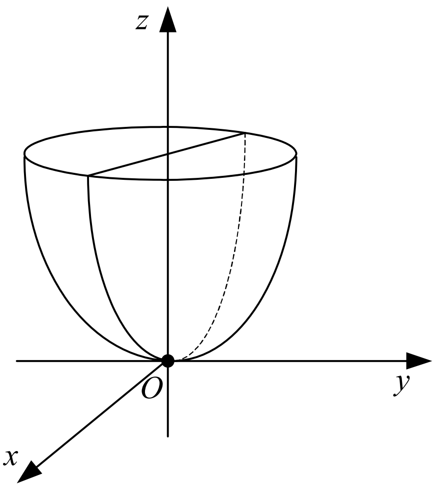


Рис. 24

При $p=q$ параболоид называется *параболоидом вращения.*

Гиперболический параболоид

$$\frac{x^2}{p^2}-\frac{y^2}{q^2}=2z\,,\ (p,q>0)\,. \qquad (1.5.5)$$

Поверхность построена на рис. 25.

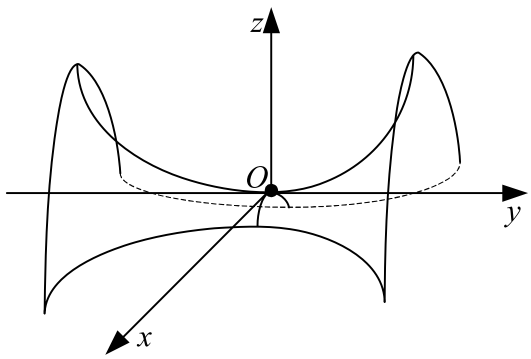


Рис. 25

Конус второго порядка.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0\ \ (a,b,c>0)\,. \qquad (1.5.6)$$

Поверхность построена на рис. 26.

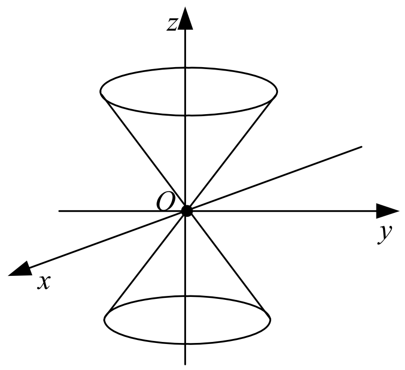


Рис. 26

Цилиндры второго порядка

Поверхность, описываемая прямой, параллельной некоторому заданному направлению и пересекающей данную линию L, называется **цилиндрической.** При этом движущаяся прямая называется **образующей***,* а прямая L – **направляющей** цилиндра.

Если образующая цилиндра параллельна какой-то из координатных осей, то цилиндрическая поверхность задается уравнением второго порядка с двумя переменными:

$F(x, y) = 0$, образующая параллельна оси Oz;

$F(x, z) = 0$, образующая параллельна оси Oy;

$F(y, z) = 0$, образующая параллельна оси Ox.

Эллиптический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0). \qquad (1.5.7)$$

Поверхность построена на рис. 27.

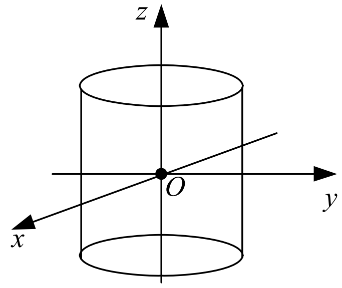


Рис. 27

Гиперболический и параболический цилиндры

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ \ (a,b>0), \qquad (1.5.8)$$

$$y^2=2px \ \ (p>0). \qquad (1.5.9)$$

Поверхности построены на рис. 28 и 29.

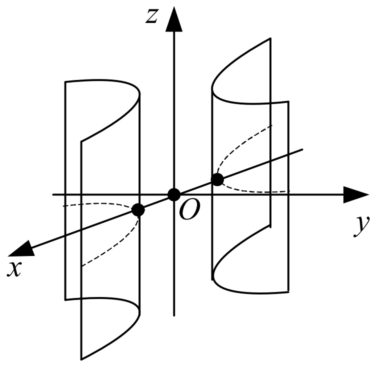


Рис. 28.

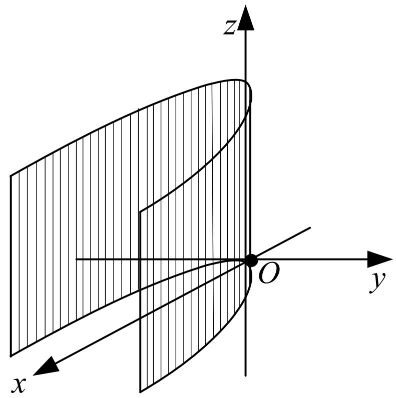


Рис. 29.

Пример 8. Построить поверхность, заданную уравнением $x^2-y^2-4x+8=0$.

Решение. Данное уравнение задает на плоскости гиперболу, которая была построена в задаче 1. В пространстве заданное уравнение – уравнение гиперболического цилиндра, образующая которого параллельна оси Oz и направляющей которого является построенная в задаче 1 гипербола. Поверхность построена на рис. 30.

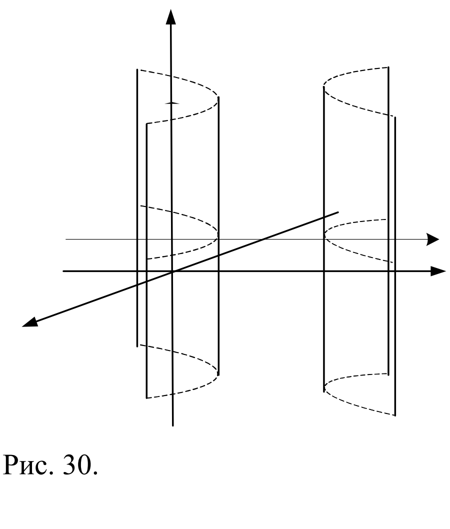
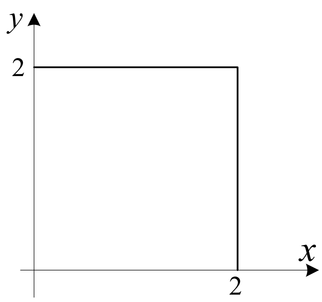


Рис. 30.

Пример 9. Построить область, ограниченную поверхностями $\begin{cases} x^2+z^2=4 \\ y=x,\ y=2 \\ x=0,\ \ z=0 \end{cases}.$

Решение. Уравнение $x^2+z^2=4$ задает в пространстве круговой цилиндр с образующей, параллельной оси Oy. Координатная плоскость yOz ($x=0$) пересекает эту поверхность по прямым $\begin{cases} x=0 \\ z=\pm 2 \end{cases}$. Плоскость $y=x$ пересекают yOz по прямой $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$. Учитывая линии пересечения плоскостей $z=0$ и $y=2$ с плоскостью yOz, можно показать (рис. 31 а) одну из граней искомой области – это прямоугольник в плоскости yOz, ограниченный линиями: $z=0$, $y=2$, $z=2$ и $y=0$.



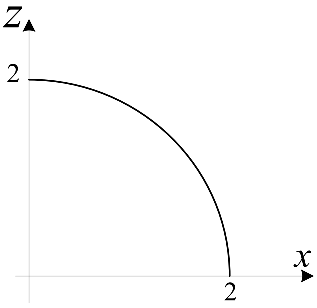


Рис. 31 а. Рис. 31 б.

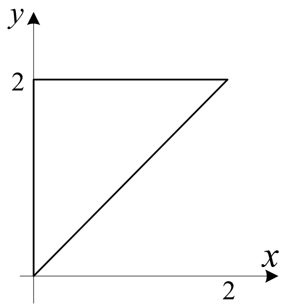
Линией пересечения цилиндрической поверхности с плоскостью $y=2$ является окружность радиуса $R=2$: $\begin{cases} y=2 \\ x^2+z^2=4 \end{cases}$. Поэтому второй гранью пространственного тела является четверть круга в плоскости $y=2$ (рис. 31 б).

На рис. 32 а показаны линии пересечения координатной плоскости xOy ($z=0$) с плоскостями: $y=2$, $y=x$ и $x=0$, т.е. прямых:

$$\begin{cases} z=0 \\ y=x \end{cases}, \begin{cases} z=0 \\ y=2 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} z=0 \\ x=0 \end{cases}.$$

На рис. 32 б показаны линии пересечения плоскости $y=x$ с цилиндрической поверхностью и с плоскостями $z=0$:

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 4 \\ y = x \end{cases}, \begin{cases} z = 0 \\ y = x \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = 0 \\ y = x \end{cases}.$$



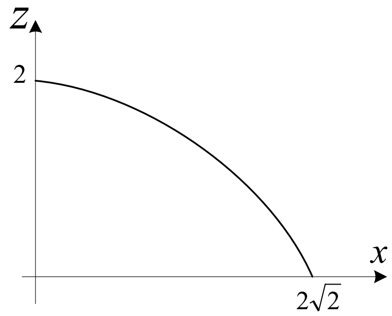


Рис. 32 а. Рис. 32 б.

Вид заданной области показан на рис. 33.

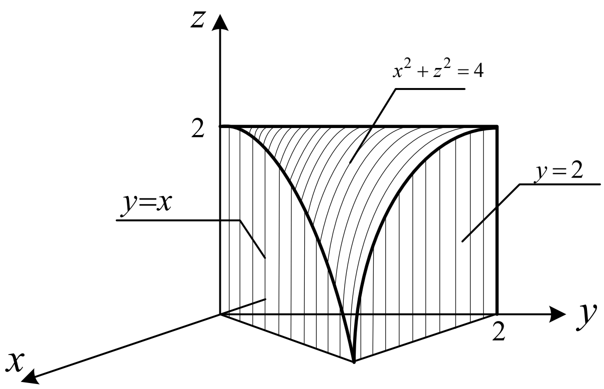


Рис. 33.

Пример 10. Построить область, ограниченную поверхностями

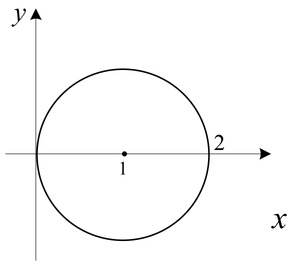
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + 2x = 0 \\ z = 0, z \ge 0 \end{cases}.$$

Решение. Уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ – уравнение сферы с центром в начале координат и радиусом $R = 2$.

Уравнение цилиндрической поверхности $x^2 + y^2 + 2x = 0$ приведем к каноническому виду. Для этого выделим в нем полный квадрат относительно переменной x:

$$x^2 + y^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - 2x + 1\right) + y^2 = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1.$$

Получили уравнение цилиндрической поверхности параллельной оси Oz, которая пересекает плоскость xOy по окружности с центром в точке $O'(1;\,0)$ и с радиусом $R=1$. Сечения заданной области плоскостями $z=0$ и $y=0$ показаны на рис. 34 а и 34 б соответственно.



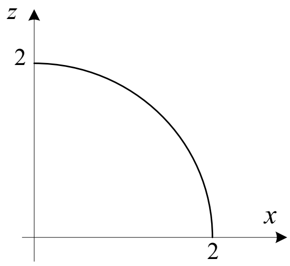
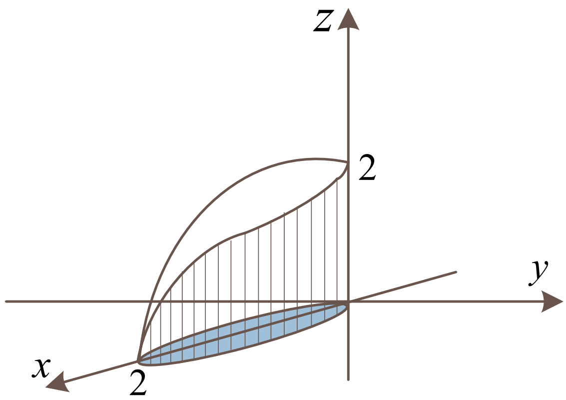


Рис. 34 а. Рис. 34 б.

Заданная область показана на рис. 35.



Пример 11. Построить кривую, заданную в пространстве уравнениями $\begin{cases} x^2+y^2-z^2=4 \\ y=x \end{cases}$.

Решение. Проведем в системе уравнений, задающих кривую равносильные преобразования:

$$\begin{cases} x^2+y^2-z^2=4 \\ y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2-z^2=4 \\ y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{y^2}{2}-\dfrac{z^2}{4}=1 \\ y=x \end{cases}.$$

Следовательно, кривая задана как линия пересечения гиперболического цилиндра $\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{z^2}{4}=1$ и плоскости $y=x$. Кривая построена на рис. 36.

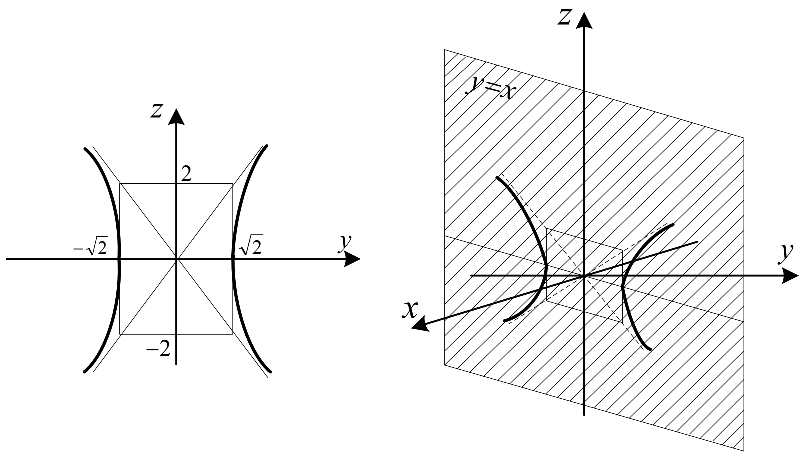


Рис. 36.

Рекомендации к выполнению курсового проекта

Описание работы

Курсовая работа предполагает самостоятельное изучение теоретического материала по темам "Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола", "Кривые в полярной системе координат", "Кривые на плоскости, заданные параметрическими уравнениями" и "Поверхности второго порядка". Материал курсовой работы должен быть представлен в виде конспекта, в котором дается обзор и классификация кривых и поверхностей второго порядка, а также описание полярной системы координат. Кроме конспекта по указанным темам курсовая работа включает в себя индивидуальное задание, состоящее из шести задач на построение кривых, поверхностей и областей в пространстве, ограниченных заданными поверхностями. При построении кривых должно быть проведено соответствующее исследование, а при построении поверхностей следует использовать метод сечений. В курсовой работе должен быть выполнен грамотный и аккуратный чертеж.

Порядок выполнения работы

Выполненный курсовой проект состоит их пяти частей:

1) кривые второго порядка на плоскости;
2) кривые на плоскости в полярной системе координат;
3) кривые на плоскости, заданные параметрическими уравнениями;
4) поверхности второго порядка и области в пространстве;
5) кривые в пространстве.

В первой части должен быть краткий конспект теоретического материала, включающий в себя: общее уравнение кривых второго порядка, классификацию кривых второго порядка с указанием их свойств (симметрия, вершины, фокусы, эксцентриситет) и с соответствующими рисунками. В этой части следует выполнить задачу №1 из своего варианта с подробным обоснованием и рисунком.

Во второй части должно быть дано описание полярной системы координат и построена кривая в задаче №2.

В третьей части должна быть выполнена задача №3 – построена кривая, заданная параметрическими уравнениями. При ее построении должна быть сделана таблица и указаны все ее свойства и тип этой кривой.

В четвертой части следует дать классификацию всех поверхностей второго порядка с соответствующими рисунками и с указанием всех их сечений. В этой части нужно построить цилиндрическую поверхность в задаче №4 и построить область в задаче№5. при решении задачи №5 следует указать тип всех поверхностей, которыми ограничена заданная область.

В пятой части нужно построить кривую в пространстве, данную в задаче №6. При этом следует указать тип поверхностей, линией пересечения которых является заданная линия. На рисунке должны быть построены эти поверхности и выделена заданная линия как линия их пересечения.

Литература

1. Я.С.Бугров, С.М.Никольский. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука, 1987.
2. Г.С.Микуцкая, В.Н.Стефанова. Г.Г.Судакова. Построение кривых и поверхностей. Л. ЛКИ, 1992.

Варианты заданий

Вариант1

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат.

$$\rho = 2\varphi + \pi\,.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями.

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = 8\sin t. \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0\,.$$

5**.** Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2z \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + z = 3. \end{cases}.$$

Вариант 2

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 - 4y^2 + 54x + 8y + 41 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат.

$$\rho = 0{,}5\varphi + \frac{\pi}{2}.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями.

$$\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 3\sin t. \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 - 4y^2 + 54x + 8y + 41 = 0.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} 4 - x^2 - y^2 = z \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + z^2 - y^2 = 1 \\ x = 3. \end{cases}.$$

Вариант 3

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$2x^2+3y^2+12x-6y+9=0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат.

$$\rho=-\varphi.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями.

$$\begin{cases} x=2\cos^3 t \\ y=\sin^3 t. \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$2x^2+3y^2+12x-6y+9=0\,.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ 3z=x^2+y^2 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+y+z=2 \end{cases}.$$

Вариант 4

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 - y^2 + 8x - 2y - 1 = 0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 2\cos\varphi\,.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = \cos^3 \frac{t}{4} \\ y = \sin^3 \frac{t}{4} \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 - y^2 + 8x - 2y - 1 = 0\,.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 4 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Вариант 5

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 + 16y^2 + 36x - 64y - 44 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 1 + 2\varphi.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 9\cos t \\ y = 4\sin t. \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 + 16y^2 + 36x - 64y - 44 = 0.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x \\ x^2 + y^2 + z^2 = 16 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 = z^2 + y^2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Вариант 6

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 - 25y^2 + 8x - 10y + 4 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 4\sin\varphi .$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 3\cos^3 \frac{t}{2} \\ y = 2\sin^3 \frac{t}{2} \end{cases} .$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 - 25y^2 + 8x - 10y + 4 = 0 .$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} z^2 = x^2 + y^2 \\ x + y = 3 \\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0 \end{cases} .$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2 \\ x + y + z = 2 \end{cases} .$$

Вариант 7

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y + 36 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = \frac{3}{\varphi}.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 2(t + \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y + 36 = 0.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} z = 4 - x + y \\ y = x^2 \\ y = x,\ z = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}.$$

Вариант 8

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$x^2-4y^2+10x+24y-7=0\ .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=-\frac{2}{\varphi}.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=3(t-\sin t) \\ y=3(1-\cos t) \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$x^2-4y^2+10x+24y-7=0\ .$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2+z^2=4 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} 2y^2+z^2-2x-4=0 \\ y-x-2=0 \end{cases}.$$

Вариант 9

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 + 25y^2 - 8x + 100y + 4 = 0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = \frac{2}{\varphi - \pi}\,.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 + 25y^2 - 8x + 100y + 4 = 0\,.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} 4z = x^2 + y^2 \\ x + y = 4 \\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} 2y^2 + z^2 - 2x - 4 = 0 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Вариант 10

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 1 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = \frac{1}{\varphi} + 2.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^{2t} \cos^2 t \\ y = e^{2t} \sin^2 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 1 = 0.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} z^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + z^2 = 9 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} y^2 + 4x^2 - 3z - 4 = 0 \\ z = 4 \end{cases}.$$

Вариант 11

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$2x^2+3y^2+8x-6y-1=0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=\frac{2}{\varphi+\frac{\pi}{3}}.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=t^2-4 \\ y=4t-t^3 \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$2x^2+3y^2+8x-6y-1=0.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2+y^2=z^2 \\ z^2=2x \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+y^2=3 \end{cases}.$$

Вариант 12

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 68 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 2\varphi + \frac{\pi}{6}.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 68 = 0 .$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} 3x = x^2 + y^2 \\ 6x = x^2 + y^2 \\ z = x + 3y,\ z = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}.$$

Вариант 13

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2+9y^2-32x+36y+64=0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=1-2\sin\varphi.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=0{,}5\left(2-t^2\right) \\ y=t\left(t^3-3\right) \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2+9y^2-32x+36y+64=0\,.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ z=\frac{1}{4}y^2 \\ x=0,\, z=0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2+y^2=6z \\ x^2+y^2=6 \end{cases}.$$

Вариант 14

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 16 = 0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 3(1 + \cos\varphi).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 16 = 0\,.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 9 \\ x^2 + z^2 = y,\ y = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 49 \\ y = \sqrt{13} \end{cases}.$$

Вариант 15

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2+4y^2+18x-8y+23=0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=1+\sin\varphi.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=t^2-2t \\ y=t^2+2t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2+4y^2+18x-8y+23=0.$$

5. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} 3x+2y=6 \\ z=4-y^2 \\ x=0,\ y=0,\ z=0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} y^2+y^2+z^2=36 \\ x^2+y^2=9 \end{cases}.$$

Вариант 16

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 - y^2 + 16x - 2y + 11 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 2\cos 2\varphi .$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = \dfrac{(t+1)^2}{4} \\ y = \dfrac{(t-1)^2}{4} \end{cases} .$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 - y^2 + 16x - 2y + 11 = 0 .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = x \\ x - 4 = 0 \end{cases} .$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ y = \sqrt{x} \\ y = 2\sqrt{x},\ z = 0 \end{cases} .$$

Вариант 17

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$x^2 + 25y^2 + 4x - 150y + 204 = 0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 1 - 2\cos\varphi\,.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = t - \dfrac{2}{t} \\ y = t + \dfrac{2}{t} \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$x^2 + 25y^2 + 4x - 150y + 204 = 0\,.$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{36} + \dfrac{z^2}{25} = 1 \\ z + 3 = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ y = x^2 \\ y = 3,\, z = 0 \end{cases}.$$

Вариант 18

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение. директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2-9y^2+16x+54y-101=0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=1-\cos\left(\varphi+\tfrac{\pi}{3}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}\left(t+\dfrac{1}{t}\right) \\ y=\dfrac{1}{2}\left(t-\dfrac{1}{t}\right) \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2-9y^2+16x+54y-101=0 .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{32}-\dfrac{y^2}{18}+\dfrac{z^2}{2}=1 \\ z+1=0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} z=2y \\ z=y \\ x=y^2,\ y=1 \end{cases}.$$

Вариант 19

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$3x^2 + 2y^2 + 12x - 16y + 32 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 1 + \sin\left(\varphi + \tfrac{\pi}{4}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 1 + \cos^3 t \\ y = 1 + 2\sin^3 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$3x^2 + 2y^2 + 12x - 16y + 32 = 0 .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{12} + \dfrac{z^2}{4} = 1 \\ x + 2 = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ z^2 = 4y \end{cases}.$$

Вариант 20

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 - 16y^2 - 36x - 64y - 172 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 1 + \cos\left(\varphi - \tfrac{\pi}{3}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 1 + 8\cos^3 t \\ y = 2 + \sin^3 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 - 16y^2 - 36x - 64y - 172 = 0.$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{25} = 1 \\ z - 4 = 0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3z \\ y^2 + 3z - 6 = 0 \end{cases}.$$

Вариант 21

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2+9y^2+32x-16y+37=0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=a\cos 4\varphi,\ a>0\,.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t) \\ y=4(1-\cos t) \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2+9y^2+32x-16y+37=0\,.$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{z^2}{9}=1 \\ x-4=0 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2+y^2=4x \\ z^2=4-x \end{cases}.$$

Вариант 22

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 2\cos 3\varphi.$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = -1 + 2\cos t \\ y = 3 + 4\sin t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0.$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} -\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} + \frac{z^2}{4} = 1 \\ y = \sqrt{13} \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = y^2 \\ x^2 + z^2 + (y-2)^2 = 4 \end{cases}.$$

Вариант 23

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y - 8 = 0\ .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = a\sin 3\varphi,\ \ a > 0\ .$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 1 + 3\cos t \\ y = -2 + \sin t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y - 8 = 0\ .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{25} = 1 \\ x = \sqrt{7} \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + z^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x^2 \le z^2 + y^2 \end{cases}.$$

Вариант 24

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 - y^2 - 16x - 6y + 11 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 2\sin 2\varphi .$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 2\sin 2t \\ y = 4\sin^2 t \end{cases} .$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 - y^2 - 16x - 6y + 11 = 0 .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = x \\ x + 2y - z = 0 \end{cases} .$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + z^2 + y^2 - 2y = 0 \\ x^2 + z^2 \le (y-1)^2 \end{cases} .$$

Вариант 25

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$x^2+4y^2+10x-24y+57=0\ .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=a\sin\left(2\varphi-\tfrac{\pi}{4}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=2\sin^2 t \\ y=\sin 2t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$x^2+4y^2+10x-24y+57=0\ .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{z^2}{4}=1 \\ x+2z=4 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} 2x^2+y^2+8z^2=4 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}.$$

Вариант 26

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 21 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат.

$$\rho = \cos\left(2\varphi - \tfrac{\pi}{4}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями.

$$\begin{cases} x = 2\sin 2t \\ y = 4\cos^2 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 21 = 0 .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2z + 4 = 0 \\ z = 4 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 4 \\ z = y^2,\ z = 0 \end{cases}.$$

Вариант 27

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2+9y^2+32x-18y+109=0\,.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho=2\cos\left(\varphi-\tfrac{\pi}{4}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=2\sin 2t \\ y=4\sin^2 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2+9y^2+32x-18y+109=0\,.$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2+y^2-z^2=-5 \\ y=2 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2+z^2=4 \\ y=2x,\ y=0,\ z=0 \end{cases}.$$

Вариант 28

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y - 58 = 0 .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = 2\sin\left(\varphi + \tfrac{\pi}{4}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 1 + 2\cos^3 t \\ y = -1 + 2\sin^3 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y - 58 = 0 .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 6y^2 \\ x + y = 1 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}.$$

Вариант 29

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение . директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0.$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = a\cos\left(2\varphi + \tfrac{\pi}{4}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 2 + \cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}.$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0.$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + z^2 + y^2 = 4 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 4 \\ y = 2x,\ y = 0,\ z = 0 \end{cases}.$$

Вариант 30

1. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постойте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнения асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0 \; .$$

2. Постойте кривую в полярной системе координат

$$\rho = a\sin\left(\varphi - \tfrac{\pi}{6}\right).$$

3. Постойте кривую, заданную параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 2\sin 2t \\ y = 2\cos^2 t \end{cases}$$

4. Построить цилиндрическую поверхность в пространстве

$$4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0 \; .$$

5. Нарисуйте пространственную линию, заданную пересечением двух поверхностей, установив предварительно какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо приведите уравнений поверхностей к каноническому виду

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}.$$

6. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 36 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}.$$

Оформление работы

Курсовая работа состоит из текстовой части (реферата) и графической части (построения кривых. поверхностей и областей).

Текстовая часть содержит, как правило, 20-30 страниц рукописного текста и включает:

– титульный лист;

– содержание;

– введение;

– основную текстовую часть;

– заключение;

– список использованной литературы.

Правила оформление реферативной части

Требования к оформлению курсовых работ определяются стандартами ЕСКД и, в первую очередь, ГОСТ 2.105-95. Подлинники текстовых документов выполняют одним из следующих способов:

– машинописным, высотой не менее 2,5 мм (кегль 12-14);

– рукописным по ГОСТ 2.304-81, не менее 2,5 мм;

– с применением ЭВМ.

Расстояние от рамки формы до границ текста в начале и в конце строк – не менее 3 мм. Расстояние от верхней или нижней строки текста до верхней или нижней рамки должно быть не менее 10 мм. Абзацы в тексте начинают отступом, равным 15-17 мм. При оформлении таких документов допускается:

– вписывать в текстовые документы, изготовленные машинописным способом, отдельные слова, формулы, условные знаки (рукописным способом), черными чернилами, пастой или тушью;

– опечатки исправлять подчисткой или закрашиванием белой краской.

Текст документа при необходимости разделяют на разделы и подразделы. Разделы должны иметь порядковые номера, обозначенные арабскими цифрами без точки и начинаться с “красной строки”. Подразделы должны иметь нумерацию в пределах каждого раздела. Номер подраздела состоит из номеров раздела и подраздела, разделенных точкой. В конце номера подраздела точки не ставятся. Разделы, как и подразделы, могут состоять из одного или нескольких пунктов, например:

1 ТИПЫ И ОСНОВНЫЕ РАЗМЕРЫ.

1.1

1.2 Нумерация пунктов первого раздела документа

1.3

2 ТЕХНИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ.

2.1.

2.2 Нумерация пунктов второго раздела документа

2.3

3 МЕТОДЫ ИСПЫТАНИЙ.

3.1 Аппараты, материалы и реактивы
3.1.1.
3.1.2 Нумерация пунктов первого подраздела третьего раздела документа
3.1.3.
3.2 Подготовка к испытанию.
3.2.1.
3.2.2. Нумерация пунктов второго подраздела третьего раздела документа.
3.2.3.

Если раздел или подраздел состоит из одного пункта, он также нумеруется. Внутри пунктов или подпунктов могут быть приведены перечисления. Перед каждой позицией перечисления следует ставить дефис или, при необходимости ссылки в тексте документа на одно из перечислений, строчную букву, после которой ставится скобка. Каждый пункт, подпункт и перечисление записывают с абзацного отступа. Разделы, подразделы должны иметь заголовки. Пункты, как правило, заголовков не имеют. Заголовки должны четко и кратко отражать содержание разделов, подразделов. Заголовки следует печатать с прописной буквы без точки в конце, не подчеркивая. Переносы слов в заголовках не допускаются. Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой. Расстояние между заголовком и текстом должно быть равно 15 мм. Расстояние между заголовками раздела и подраздела – 8 мм. Каждый раздел текстового документа рекомендуется начинать с нового листа (страницы).

Первый лист курсовой работы выполняется с основной надписью по ГОСТ 2.104-68 (форма 2), последующие листы – с основной надписью по ГОСТ 2.104-68 (форма 2а) (Приложение 1). На титульном листе указывается название университета, кафедры, а также тема курсовой работы. Образец оформления титульного листа приведен в Приложении 1.

На первом листе помещают **содержание.** Слово “Содержание” записывают в виде заголовка с прописной буквы (Приложение 2). Наименования, включенные в содержание, записывают строчными буквами, начиная с прописной буквы. Содержание включают в общее количество листов данного документа.

Нумерация страниц документа и приложений, входящих в состав этого документа, должна быть сквозная. Страницы курсовой работы нумеруют арабскими цифрами. Титульный лист и содержание включают в общую нумерацию работы, но номера страниц на них не ставят. На последующих страницах номер проставляют в правом верхнем углу.

Введение курсовой работы должно содержать оценку современного состояния решаемой задачи. Во введении должна быть освещена актуальность данной работы и ее связь с ранее изученными курсами.

Текст документа должен быть кратким, четким и не допускать различных толкований. Наименования, приводимые в тексте документа и на иллюстрациях, должны быть одинаковыми.

В заключении текстовой части работы должны быть кратко сформулированы основные выводы, полученные при выполнении работы.

В документах должны применяться научно-технические термины, **обозначения** и определения, установленные соответствующими стандартами, а при их отсутствии – общепринятыми в научно-технической литературе.

В тексте документа не допускается:

– применять для одного и того же понятия различные научно-технические термины, близкие по смыслу (синонимы), а также иностранные слова и термины при наличии равнозначных слов и терминов в русском языке;

– применять произвольные словосочетания;

– применять сокращения слов, кроме установленных правилами русской орфографии, соответствующими государственными стандартами, а также в данном документе;

– сокращать обозначения единиц физических величин, если они употребляются без цифр, за исключением единиц физических величин в головках и графах для заголовков таблиц и расшифровках буквенных обозначений, входящих в формулы и рисунки.
В тексте документа, за исключением формул, таблиц и рисунков, не допускается применять:

– математический знак минус (-) перед отрицательными значениями величин (следует писать слово “минус”);

– для обозначения диаметра (следует писать ∅- знак “ слово “диаметр”). При указании размера или предельных отклонений диаметра на чертежах, помещенных в текстах документа, перед размерным числом следует писать ”;∅знак “

– без числовых значений математические знаки, например: > (больше), < (меньше или равно),≤ (больше или равно), ≥(меньше), = (равно),   (не равно), а также знаки: № (номер), % (процент).≠.

Текст рукописи должен быть набран на одной стороне листа бумаги (формат А4, шрифт Times New Roman, кегль 11–14).

Поля страницы: верхнее 2,5 см, нижнее 3,7 см, левое 3,0 см, правое 2,0 см.

Отступ красной строки: 1,27 см.

Отступы и интервалы абзаца: слева 0 см, перед 0 пт, справа 0 см после 3 пт.

Межстрочный интервал: одинарный.

Колонтитулы (нумерация страниц): расположение – внизу страницы в центре, шрифт TimesET или Times New Roman, кегль 11–14, отступ от нижнего края – 2,7 см.

Все страницы рукописи должны быть пронумерованы от первой (титульной) страницы до последней без пропусков, повторений. Заголовки должны четко прослеживаться по тексту, т.е. должна быть видна их соподчиненность.

Примечания следует помещать непосредственно после текстового, графического материала или в таблице, к которым относятся эти примечания, и печатать с прописной буквы с абзаца. Если примечание одно, то после слова “Примечание” ставится тире и примечание печатается с прописной буквы. Одно примечание не нумеруют. Несколько примечаний нумеруют по порядку арабскими цифрами.

Оформление сопроводительных рисунков

Иллюстрацией называется графическое изображение, служащее наглядным пояснением или дополнением к какому-либо тексту. Все иллюстрации, помещенные в реферативной части, должны быть расположены так, чтобы их было удобно рассматривать, не поворачивая работу или повернув ее по часовой стрелке. Иллюстрации располагают после первой ссылки на них.

Иллюстрации, за исключением иллюстраций приложений, следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией. Если рисунок один, то он обозначается “Рис. 1”. Иллюстрации приложения обозначают отдельной нумерацией арабскими цифрами с добавлением перед цифрой обозначения приложения, например: Рисунок 3. Допускается нумеровать иллюстрации в пределах раздела, например: Рис. 1.1. При ссылках на иллюстрации следует писать “… в соответствии с рис. 2”. Иллюстрации, при необходимости, могут иметь наименование и пояснительные данные (подрисуночный текст). Слово “Рисунок” и наименование помещают после пояснительных данных и располагают следующим образом: Рис. 1 – Детали прибора.

Рисунки, являющиеся иллюстрациями текстовой части размещаются непосредственно в тексте. Рисунки, соответствующие графической части работы размещаются на отдельных листах.

Оформление математических формул

Все формулы и применяемые обозначения пишутся чертежным шрифтом или с помощью редактора формул Microsoft Equation. Каждая формула записывается в отдельной строке. В формулах в качестве символов следует применять обозначения, установленные соответствующими государственными стандартами. Значения символов и числовых коэффициентов, входящих в формулы, должны быть приведены непосредственно под формулой. Значения каждого символа дают с новой строки в той последовательности, в какой они приведены в формуле. Первая строка расшифровки должна начинаться со слова «где» без двоеточия после него. Все формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах раздела. Номер формулы состоит из номера раздела и порядкового номера формулы, которые разделены точкой. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

Ссылки в тексте на номер формулы дают в скобках, например, «… в формуле (2.6)». Если формула не умещается в одну строку, она должна быть перенесена после знака равенства (=) или после) и деление (:), знаков плюс (+), минус (–), умножение $(\cdot)$.

В конце формулы и в тексте перед ними знаки препинания ставят в соответствии с обычными правилами, так как считается, что формула не нарушает синтаксического строя фразы. Группу формул следует разделять запятыми или точкой с запятой. После определителей и матриц знаки препинания допускается не ставить.

Двоеточие перед формулой ставится при наличии обобщающего слова или если формуле предшествуют причастные или деепричастные обороты.

Оформление списка используемой литературы

Библиография по теме курсовой работы оформляется в соответствии с ГОСТ 7.1-84, который регламентирует как порядок расположения элементов описания, так и знаки препинания между ними, например:

1 Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей. – М.: Высшая школа, 2001. – 429 с.

2 Полещук Н.Н. Самоучитель AutoCAD и Visual LISP. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 672 с.

3 Чекмарев В.С., Осипов В.К. Справочник по машиностроительному черчению. – М.: Высшая школа, 2001. – 493 с.

Правила оформления чертежей графической части

Графическая часть курсовой работы включает в себя чертежи, схемы, плакаты. Конструкторская документация выполняется в соответствии с требованиями ЕСКД.

Графическая часть работы выполняется на листах формата А4 со стандартной основной надписью ГОСТ 2.104-68.

Чертежи выполняются на белой бумаге форматов, устанавливаемых ГОСТ 2.301-68. Масштабы изображений на чертежах и их обозначения должны соответствовать ГОСТ 2.302-68. Начертание и основные назначения линий должны соответствовать ГОСТ 2.303-68. Надписи, наносимые от руки на чертежи, должны выполняться шрифтами, установленными ГОСТ 2.304-81.

Плакаты могут быть выполнены карандашом, черной и цветной тушью, гуашью, фломастером. При выполнении плакатов разрешается использовать рисунки и фломастеры, руководствуясь стандартом ЕСКД 2.605-68.

Оформление приложений

Выполненные чертежи помещают в приложениях. Приложения оформляют как продолжение данного документа на последующих его листах или выпускают в виде отдельного документа. Приложения располагают в порядке ссылок на них в тексте документа.

Каждое приложение следует начинать с новой страницы с указанием наверху посередине страницы слова “Приложение” и его обозначение.

Приложение должно иметь заголовок, который записывают симметрично относительно текста с приписной буквы отдельной строкой. Приложения обозначают заглавными буквами русского алфавита, начиная с А, за исключением букв Ё, З, О, Ч, Ы, Ъ. После слова “Приложение” следует буква, обозначающая его последовательность. Приложения можно и нумеровать – арабскими цифрами.

Приложение, как правило, выполняют на листах формата А 4.

Порядок защиты курсовой работы

Оформленные в соответствии с нормами ЕСКД расчетно-пояснительная текстовая часть и графическая часть подаются на проверку руководителю не позднее, чем за неделю до срока защиты, который назначается в соответствии с графиком курсовой работы.

В процессе защиты студент должен в 5-минутном сообщении изложить основное содержание курсовой работы.
Студент должен ответить на вопросы, заданные руководителем. Отвечать на вопросы следует четко и кратко. Оценка по курсовой работе проставляется с учетом теоретической и практической подготовки студента, качества чертежей и пояснительной записки.

Приложение 1

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

Кафедра математики

ПОСТРОЕНИЕ КРИВЫХ И ПОВЕРХНОСТЕЙ

Курсовая работа студента 1 курса, группы
ФИО

Научный руководитель:

Ф.и.о.

Дата "_____"_________ 2009

Санкт–Петербург, 2009

Приложение 2

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ